

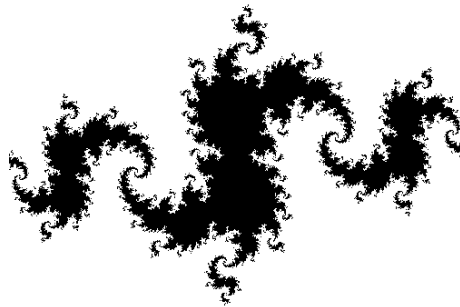
Sujet de stage:

Calculabilité de l'ensemble de Julia

Encadrant: Mathieu SABLIK, IMT, Toulouse.

`msablik@math.univ-toulouse.fr`

En dynamique holomorphe, l'ensemble de *Julia* de paramètre $P \in \mathbb{C}[X]$ est la frontière de l'ensemble des conditions initiales $z_0 \in \mathbb{C}$ tels que la suite $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par récurrence par $z_{n+1} = P(z_n)$ est bornée. Les ensembles de Julia offrent de nombreux exemples d'ensembles compacts fractals dont de nombreux dessins sont obtenus par simulation informatique :



Il est naturel de se demander si les images obtenues approchent correctement l'ensemble de Julia considéré et dans le cas échéant si l'algorithme utilisé donne rapidement une approximation de cet ensemble. M. Braverman et M. Yampolsky ont étudié les aspects théoriques de la calculabilité de l'ensemble de Julia en fonction de son paramètre. Un objet mathématique est dit calculable s'il existe un algorithme qui donne une approximation par des objets "simples" à une précision aussi fine que l'on veut pour une distance fixée. On considère ici deux types d'objets : les nombres complexes approchés par des complexes à coordonnées rationnelles avec une précision donnée par le module ainsi que les compacts de \mathbb{C} approchés par des unions finies de rectangles avec une précision donnée par la distance de Hausdorff. Il a été montré qu'un polynôme dont les coefficients sont calculables peut admettre un ensemble de Julia non calculable [BM06].

Le but du stage est d'explorer ces propriétés pour l'ensemble de Julia. Dans un premier temps on reprendra les constructions d'ensembles de Julia calculables et non calculables mises en place dans [BM09]. On s'intéressera par la suite à construire des ensembles de Julia calculables mais qui demandent beaucoup de ressources en temps ou en espace pour réaliser le calcul. On cherchera à savoir si il y a des liens entre la classe de complexité algorithmique de l'ensemble de Julia et les propriétés dynamiques du polynôme.

Références

- [BM09] Braverman, Mark and Yampolsky, Michael. *Computability of Julia sets*. Algorithms and Computation in Mathematics 23. Berlin : Springer (ISBN 978-3-540-68546-3). xiii, 151 p. (2009).
- [BM06] Braverman, Mark and Yampolsky, Michael. *Non-Computable Julia Sets* Journ. Amer. Math. Soc. 19(3), 2006.