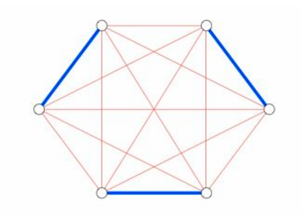
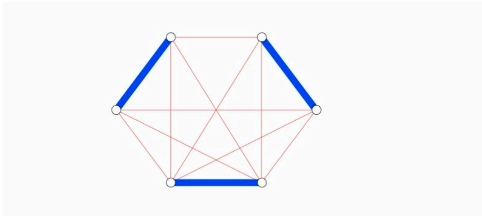
Proposition de stage L3 ENS Cachan

Titre : **Graphes et preuves formelles**
Encadrant : Christian Retoré http://www.lirmm.fr/~retore
Contact christian.retore@lirmm.fr 04 67 14 98 22

La logique linéaire est une logique plus restreinte que la logique classique : toute tautologie de la logique linéaire est une tautologie classique, mais l'inverse n'est pas vrai. Les preuves de la logique linéaire peuvent se voir comme un graphe antiréflexif et non orienté dont les arêtes sont de deux couleurs :

- Les sommets sont les atomes, c'est-à-dire les lettres propositionnelles ou leur négation.
- Les arêtes bleues décrivent les axiomes en reliant un atome à sa négation : deux arêtes bleues ne sont jamais adjacentes, et chaque point est incident à une arête bleue (les arêtes bleues forment un couplage parfait du graphe).
- Les arêtes rouges qui décrivent la formule : il y a une arête rouge entre deux atomes si et seulement si les deux atomes se rencontrent sur une conjonction dans l'arbre de la formule (les arêtes rouges sont un cographe).

Pour la logique linéaire multiplicative usuelle MLL les propriétés de ces graphes et leurs liens avec les preuves usuelles du calcul des séquents sont bien connus et maitrisés — hormis la complexité algorithmique de certaines opérations.

En revanche, lorsque la logique est enrichie par un connecteur non commutatif autodual (qui correspond à la composition séquentielle quand les preuves sont vues comme des programmes), il existe diveres variantes, principalement une vue en graphes (pomset logic [3, 4]) et une vue en termes (deep inference, notamment le système BV [1, 2]).

Le but de ce stage est de faire un panorama de ce qui est connu, de comparer les approches et si possible de compléter les ressemblances.

Bibliographie :

1. Alessio Guglielmi. A calculus of order and interaction. Technical Report WV-99-04, Dresden University of Technology, 1999.
2. Alessio Guglielmi and Lutz Straßburger. A system of interaction and structure IV: The exponentials and decomposition. ACM transaction of computational logic, 12(4):23,
3. Christian Retoré. Handsome proof-nets: R&B-graphs, perfect matchings and series-parallel graphs. Rapport de Recherche RR-3652, INRIA, March 1999. http://www.inria.fr/ see also Theoretical Computer Science 294(3):473–488, 2003.
4. Christian Retoré Pomset logic as a calculus of directed cographs. In V. M. Abrusci and C. Casadio, editors, Dynamic Perspectives in Logic and Linguistics Proceedings of the 4th Roma Workshop, pages 221–247. Bulzoni, Roma, 1999. INRIA Research Report RR-3714 https://hal.inria.fr/inria-00072953. and forthcoming article Pomset logic as a logical and grammatical alternative to the Lambek Calculus