

Proposition de sujet de stage :

Étude d'analogies sur différents types de structures

Miguel Couceiro (équipe Orpailleur) et Jean Lieber (équipe \mathcal{K})
LORIA – Université de Lorraine, Inria, CNRS (Nancy)
miguel.couceiro@loria.fr (<https://orpailleur.loria.fr/>)
jean.lieber@loria.fr (<https://k.loria.fr/>)

Mots-clefs : analogies, théorie des graphes, algèbre sur des espaces finis

Contexte

Une analogie sur un ensemble \mathcal{U} est une relation quaternaire notée $A : B :: C : D$ (ce qui se lit « A est à B ce que C est à D ») et vérifiant les postulats suivants (pour $A, B, C, D \in \mathcal{U}$) :

Réflexivité $A : B :: A : B$;

Symétrie Si $A : B :: C : D$ alors $C : D :: A : B$;

Échange des moyens Si $A : B :: C : D$ alors $A : C :: B : D$.

Les analogies apparaissent dans différents problèmes de raisonnements hypothétiques, notamment en raisonnement à partir de cas ou en apprentissage par analogie. En particulier, il a été appliqué pour de la traduction automatique s'appuyant uniquement sur un ensemble de couples de phrases (x, y) où x est une phrase dans une langue et y une traduction de x dans une autre langue [1, 2]. À titre d'exemple, si on a la phrase $x^D = I\ can\ ride\ my\ bicycle\ today.$ et qu'on trouve les trois couples de phrases suivants :

$x^A =$	<i>You want to do it.</i>	$y^A =$	<i>Tu veux le faire.</i>
$x^B =$	<i>You can do it today.</i>	$y^B =$	<i>Tu peux le faire aujourd'hui.</i>
$x^C =$	<i>I want to ride my bicycle.</i>	$y^C =$	<i>Je veux faire du vélo.</i>

on constate que $x^A : x^B :: x^C : x^D$ (selon une relation d'analogie entre chaînes introduite par Yves Le-page) et on fait l'inférence plausible qu'une traduction correcte y^D de x^D est solution de l'équation analogique $y^A : y^B :: y^C : y$ d'inconnue y . Cette équation se résout par $y = Je\ peux\ faire\ du\ vélo\ aujourd'hui.$, qui est bien une traduction de x^D .

Sur des structures simples (booléens, entiers, réels, etc.) ou des produits cartésiens de structures simples (n -uplets de réels, etc.), il existe des analogies assez simples à définir et à manipuler algorithmiquement (voir par exemple [3]). En particulier, si $(\mathcal{U}, +)$ est un groupe commutatif, on peut définir une analogie par $A : B :: C : D$ si $B - A = D - C$. On peut de façon similaire définir des analogies entre ensembles et entre multi-ensembles [4].

Sujet

Le sujet consiste à étudier des analogies sur des structures plus complexes : on considérera que \mathcal{U} est un ensemble (infini) de graphes (étiquetés ou non). On pourra considérer les analogies sur :

- Les graphes en général;
- les arbres;
- Les ensembles ordonnés finis (graphes sans circuits et transitifs);
- Etc.

En particulier, les chaînes de caractères peuvent être vues comme des graphes particuliers. Une telle étude devrait permettre de revisiter l’analogie entre chaînes de caractères (trouver une caractérisation non numérique, par exemple).

Différentes questions se posent :

- Quelle(s) analogie(s) peut-on définir sur \mathcal{U} (en dehors de la relation universellement vraie) ?
- Comment effectuer efficacement le test $A : B :: C : D$ pour cette analogie ?
- Comment résoudre une équation analogique $A : B :: C : x$ pour cette analogie ?
- Quelles sont les fonctions $f : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$ qui préservent l’analogie ? En d’autres termes, quelles sont les fonctions f telles que si $A : B :: C : D$ alors $f(A) : f(B) :: f(C) : f(D)$ (ce problème a été résolu dans le cas des n -uplets de booléens [5]).

Pour toute question complémentaire

N’hésitez pas à prendre contact par courriel avec les auteurs de ce sujet !

Références

- [1] Y. LEPAGE et É. DENOVAL : Purest ever example-based machine translation : detailed presentation and assessment. *Machine Translation*, 19:251–282, 2005.
- [2] Y. LEPAGE et J. LIEBER : Case-Based Translation : First Steps from a Knowledge-Light Approach Based on Analogy to a Knowledge-Intensive One. In *ICCBR 2018 - 26th International Conference on Case-Based Reasoning*, Stockholm, Sweden, juillet 2018.
- [3] Nicolas HUG, Henri PRADE, Gilles RICHARD et Mathieu SERRURIER : Analogical classifiers : A theoretical perspective. In *Proceedings of the Twenty-second European Conference on Artificial Intelligence*, pages 689–697. IOS Press, 2016.
- [4] Y. LEPAGE : De l’analogie ; rendant compte de la communication en linguistique. Mémoire d’habilitation à diriger des recherches, Université Joseph Fourier–Grenoble, 2003.
- [5] M. COUCEIRO, N. HUG, H. PRADE et G. RICHARD : Analogy-preserving functions : a way to extend Boolean samples. In *Proc. of the 26th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI’17)*, pages 1575–1581. Morgan Kaufmann, Inc., 2017.